Seminario de Estadística 1
Tarea 2

Soriano Flores Antonio

Agosto 2019

1) Sean X_1, X_2 muestras condicionalmente independientes del modelo *Bernoulli*(θ) en donde

$$X_i \mid \theta \sim \textit{Bernoulli}(\theta) \text{ con i} \in \{1,2\}$$

suponga que $\theta \sim$ *U(0,1)*

- Encuentre $P(X_1)$, $P(X_2)$ y $P(X_1,X_2)$
- Verifique que $P(X_1,X_2) \neq P(X_1)P(X_2)$ concluya que X_1 y X_2 no son independientes.
- Suponga que $X_1 = 0$ y $X_2 = 0$ Encuentre $P(X_F = 1 \mid X_1,X_2)$

2) Una aseguradora desea modelar la probabilidad de que una póliza reclame un siniestro. Sea $X \mid \theta \sim$ *Bernoulli*(θ) la v.a que modela dicho fenómeno aleatorio, donde:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{si no hay siniestros,} \\ 1, & \text{si hay siniestros.} \end{cases}$$

El encargado de riesgo tiene evidencia inicial de que $E(\theta)=0.3$ y que $P[\theta > 0.7]=0.05$ asumiendo que:

$$\theta \sim \textit{Beta}(\theta \mid \alpha_0,\beta_0)$$

- Encuentre α_0, β_0 que reflejen este conocimiento inicial del parametro. (Hint: Tendrá que resolver un sistema de ecuaciones de forma numérica)
- Encuentre $P(X_F = 1)$ (*distribución inicial predictiva*)
- Suponga que de 10 pólizas analizadas 5 resultaron con siniestro:

  $$\underline{x} = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$$

  Con esta informacion encuentre $P(\theta \mid \underline{x})$ y $P[\theta > 0.7 \mid \underline{x}]$
- Finalmente encuentre la distribución predictiva final y calcule $P(X_F = 1 \mid \underline{x})$ (*La probabilidad que otra póliza reclame siniestro*)

3) El número de siniestros de una aseguradora durante un mes se modela mediante la densidad *Poisson*

$$X \mid \lambda \sim \textit{Poisson}(\lambda)$$

Donde X = El numero de siniestros al mes.
Suponga que se tiene información inicial del parámetro y se sabe que $E(\lambda) = 10$ y $Var(\lambda) = 16$, asumiendo que:

$$\lambda \sim \textit{Gamma}(\lambda \mid \alpha_0,\beta_0)$$

- Encuentre α_0 y β_0 que reflejan esta información inicial.
- Con la información inicial encuentre la probabilidad de que el número de siniestros en el mes sea superior a 10 i,e P(X_F >10)
- Suponga que se observa la muestra del fenómeno aleatorio:

  $$\underline{x} = \{ 8, 7, 10, 6, 12, 8, 15, 11, 12, 7\}$$

  Con la muestra observada encuentre P[$X_F > 10 \mid \underline{x}$]

4) Sea $X_1, ..., X_n$ tal que $X_i \mid \mu, \tau \sim \textit{Normal}(x \mid \mu,\tau)$. Suponga que la densidad inicial para (μ,τ) dada por P(μ,τ) = $\textit{NG}(\mu_0,\tau_0,\alpha_0,\beta_0)$ con μ_0, τ_0, α_0, β_0 conocidas. Demuestre lo siguiente:

- P(μ) = $\textit{T-student}\left(\mu \mid 2\alpha_0, \mu_0, \frac{\tau_0\alpha_0}{\beta_0}\right)$
- P(τ) = $\textit{Gamma}(\tau \mid \alpha_0,\beta_0)$
- P(x| τ) = $N\left(x \mid \mu_0, \tau\frac{\tau_0}{\tau_0+1}\right)$
- P(x , τ) = $NG\left(x, \tau \mid \mu_0, \frac{\tau_0}{\tau_0+1}, \alpha_0, \beta_0\right)$
- P(x) = $\textit{T-student}\left(x \mid 2\alpha_0, \mu_0, \frac{\tau_0}{\tau_0+1}\frac{\alpha_0}{\beta_0}\right)$